# Bevezető analízis 1., első ZH, 2015. október 16.

Minden feladat 1 pontot ér, de csak teljes **indoklással**. Indoklás nélküli helyes válasz 0,1 pontot ér, rosszul megindokolt helyes válasz 0 pontot. Részpontszám is kapható. Viszont, ha egy megoldásban súlyos hiba van, a feladatra akkor is nulla pontot kell adnunk, ha a megoldásnak vannak helyes részei is. A dolgozat értéke osztályzatban körülbelül 1-gyel kevesebb az elért pontok számánál. A gyakorlatokon elhangzott állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például „Gyakorlaton szerepelt, hogy...”), kivéve, ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak. **Semmilyen segédeszköz** nem használható, számológép sem! Mobiltelefon, tablet, notebook, jegyzet nem lehet az asztalon vagy a padban, és persze használni is tilos!

1. Egy faluban három emberrel beszéltünk, akik a következőket mondták:

   Pista: Ebben a faluban minden galagonyabokor Laci bácsi valamelyik lányáé.

   Ubul: Van a faluban olyan galagonyabokor, amelyik tövises.

   Béla: Laci bácsinak nincs lánya.

   a) Lehet-e, hogy mindhármat igazat mondtak?

   b) Lehet-e, hogy csak Ubul hazudott?

2. Oldjuk meg grafikusan vagy algebrailag a következő egyenlőtlenséget:

$$\left|\frac{1}{x} - 2\right| \leq 3$$

3. Periódusa-e az $\{x\} + \{x/2\}$ függvénynek az

   a) $1/2$ b) $2$ ?

4. Van-e minimuma, illetve van-e maximuma az

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{ha } x \neq 0 \\ 2 & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$

   függvénynek a teljes számegyenesen?

5. Legyen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ egy mindenütt értelmezett függvény. Melyik állításból következik a másik?

   **P** : Az $f$ függvény grafikonjának nincs olyan pontja, amelyre középpontosan szimmetrikus.

   **Q** : Az $f$ függvény nem páratlan.

6. Van-e olyan mindenütt értelmezett függvény, amely nem monoton az egész számegyenesen, de nincs sem minimuma, sem maximuma?

7. a) Tudjuk, hogy $f$ szigorúan monoton nő $[1, 2)$-n és $[2, 3)$-n. Következik-e ebből, hogy szigorúan monoton nő $[1, 3)$-n?

   b) Tudjuk, hogy $f$ szigorúan monoton nő $(1, 2]$-n és $[2, 3)$-n. Következik-e ebből, hogy szigorúan monoton nő $(1, 3)$-n?