1. Legyen $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. Számítsuk ki a következő végtelen sorok összegét!

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\varphi^n}$

(b) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\varphi^{2n+1}}$

(c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\varphi^{2n}}$

2. Konvergens-e az $a_n = \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\cdots+\sqrt{2}}}}$ (n darab gyökjel van a képletben) sorozat? Ha igen, határozzuk meg a határértékét!

3. Konvergens-e az $a_n = \sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\cdots+\sqrt{1}}}}$ (n darab gyökjel van a képletben) sorozat? Ha igen, határozzuk meg a határértékét!

4. Legyen $a_1 = 0, a_2 = 1, a_{n+2} = \dfrac{a_n + a_{n+1}}{2}$. Konvergens-e a sorozat? Ha igen, határozzuk meg a határértékét!

5. Legyenek $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, és f konvex, g konkáv. Lehet-e az $f(x) = g(x)$ egyenletnek pontosan

(a) 1 **(b)** 2 **(c)** 3

megoldása?

6. Konvex-e az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} 1, & \text{ha } |x| \leq 1 \\ x^2, & \text{ha } |x| > 1 \end{cases}$ függvény $\mathbb{R}$-en?

7. Tegyük fel, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény konvex az (a, b) és a (b, c) intervallumokon. Következik-e ebből, hogy f konvex az (a, c) intervallumon?

8. Tegyük fel, hogy az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény konvex az $[a, b]$ és a $[b, c]$ intervallumokon. Következik-e ebből, hogy f konvex az $[a, c]$ intervallumon?